**Lembar Kerja 7**

**Nilai dan Vektor Eigen & Diagonalisasi**

**Nama : Kelas :**

**NPM : Asdos :**

**Pasjar :**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Tujuan pemelajaran**  Mahasiswa mampu:   1. menentukan vektor dan nilai eigen, menganalisis sifat matriks berdasarkan nilai eigen, dan menjelaskan ruang eigen. 2. mengidentifikasi matriks yang dapat didiagonalisasi, 3. mendiagonalkan matriks dan menentukan basis *Rn* yang terdiri atas vektor-vektor eigen, 4. menjelaskan similaritas dan membuktikan sifat-sifat invarian similaritas | | |
| No | Pemicu | **Catatan** |
| 1. **Soal Uraian.** Jawablah soal-soal berikut ini, untuk soal hitungan tunjukkanlah prosedur penyelesaiannya (bukan hanya hasil akhir) | | |
|  | Berikan contoh matriks *A* dengan ordo beserta dua vektor **a** dan **b**, dengan ketentuan **a** merupakan vektor eigen dari *A* dan **b** bukan merupakan vektor eigen dari *A*. Tentukan juga nilai eigen yang bersesuaian dengan **a**. |  |
|  | Diberikan matriks *A* berordo nxn dan vektor **a** di *Rn*. Bagaimana prosedur menentukan apakah **a** adalah vektor eigen dari *A*? |  |
|  | Diberikan matriks   1. Tentukan semua nilai eigen dari *A*. 2. Ambil λ, salah satu nilai eigen dari *A*. Tentukan semua vektor eigen yang bersesuaian dengannya? 3. Ruang eigen dari *A* yang bersesuaian dengan λ (nilai eigen yang dipilih di bagian (b)) adalah .......................................... 4. Pada contoh di atas, ruang eigennya adalah ..............................   dan himpunan semua vektor eigen adalah …………………….   1. Apakah ruang eigen memuat selain vektor eigen? 2. Tentukan ruang eigen untuk nilai eigen lain selain λ. |  |
|  | Buktikan bahwa: jika dan hanya jika 0 bukan salah satu nilai eigen dari . |  |
|  | Jika *A* matriks *n*x*n*, λ adalah bilangan nyata, maka pernyataan-pernyataan berikut ekuivalen (mempunyai nilai kebenaran yang sama):   1. SPL (λ*I –A*)**x** = **0** mempunyai penyelesaian tak trivial 2. λ adalah akar persamaan karakteristik .............................. 3. Terdapat vektor tak nol **x** sedemikian hingga ....................... 4. λ dan **x** masing – masing disebut .............................. dan .............................. dari . |  |
|  | Berikan suatu contoh matriks berukuran dengan baris kedua adalah kelipatan dari baris pertama. Kemudian berikan suatu contoh matriks berukuran dengan baris ketiga adalah kelipatan dari baris pertama. Lalu hitunglah nilai eigen dari masing - masing matriks tersebut. Dugaan apa yang dapat dibuat berdasarkan nilai – nilai eigen yang diperoleh dari kedua matriks tersebut ? |  |
|  | Berikan masing-masing satu contoh matriks berordo 3x3 yang mempunyai tiga nilai eigen berbeda, dua nilai eigen berbeda dan satu nilai eigen. Mungkinkah ada matriks 3x3 yang mempunyai empat nilai eigen berbeda? Jelaskan. |  |
|  | * 1. Diberikan matriks *A* dan nilai eigen *k*. Definisikan multiplisitas geometri dan aljabar untuk nilai eigen *k*.   2. Jelaskan mengapa multiplisitas geometri nilai eigen minimal 1.   3. Berikan contoh matriks berukuran yang setiap nilai eigennya memiliki multiplisitas geometri sama dengan multiplisitas aljabar. Tunjukkan bahwa matriks yang dipilih sebagai contoh memiliki sifat yang diminta. |  |
|  | 1. Syarat apa yang harus dimiliki suatu matriks persegi agar dapat didiagonalkan? 2. Syarat apa yang harus dimiliki suatu matriks persegi agar dapat didiagonalkan secara ortogonal? |  |
|  | Diberikan matriks   1. Tentukan multiplisitas geometri dan multiplisitas aljabar dari masing-masing nilai eigen matriks tersebut. 2. Apakah matriks di atas dapat didiagonalkan? Jika bisa, tentukan matriks *P* dan *D* nya. Jika tidak bisa, jelaskan alasannya. |  |
|  | Diberikan persamaan karakteristik matriks *A*:   1. Tentukan ordo matriks *A*. 2. Apakah *A* mempunyai inverse? Jelaskan. 3. Jika *A* tidak dapat didiagonalkan, tentukan salah satu kemungkinan multiplisitas geometri nilai-nilai eigennya. |  |
|  | Diberikan matriks .   1. Tentukan diagonalisasi matriks *A*, (tuliskan langkah-langkahnya). 2. Apakah diagonalisasi dari matriks bersifat tunggal ?. Jika ya, jelaskan alasannya dan bila tidak, tentukan hasil diagonalisasi lain dari matriks *A*. 3. Tentukan basis *R*3 yang terdiri atas vektor-vektor eigen dari *A*. |  |
|  | Matriks *A* dan *B* dikatakan similar jika dan hanya jika terdapat matriks *P* sedemikian hingga *A* = *PBP*-1. Jika *A* dan *B* similar, tunjukkan bahwa   * 1. Det(*A*) = det(*B*)   2. *A* dan *B* bersama-sama mempunyai inverse atau tidak mempunyai inverse.   3. Persamaan karakteristik *A* dan *B* sama.   4. Nilai-nilai eigen *A* sama dengan nilai-nilai eigen *B*. |  |
| 1. **Tentukan nilai kebenaran kalimat-kalimat berikut ini dengan memberikan alasan/ penjelasan** | | |
|  | Jika dan adalah nilai eigen dari dan maka .  Alasan/penjelasan: | Benar/ Salah |
|  | Jika vektor **v** adalah vektor eigen matriks *A*, maka *k***v** juga vektor eigen dengan adalah skalar.  Alasan/penjelasan: | Benar/ Salah |
|  | Misalkan dan adalah matriks berordo dengan dan , adalah nilai eigen dari . Jika memiliki solusi trivial saja, maka .  Alasan/penjelasan: | Benar/ Salah |
|  | Misalkan dan adalah bilangan riil positif dengan . Jika adalah polinomial karakteristik dari maka dapat didiagonalkan.  Alasan/penjelasan: | Benar/ Salah |
|  | Jika matriks berordo yang dapat didiagonalkan maka memiliki nilai eigen yang berbeda.  Alasan/penjelasan: | Benar/ Salah |
|  | Misalkan similar dengan suatu matriks diagonal . Jika maka memiliki solusi trivial saja.  Alasan/penjelasan: | Benar/ Salah |
|  | Misalkan berordo . Jika , *,* dan adalah nilai eigen dari dan ,,, maka bebas linear.  Alasan/penjelasan: | Benar/ Salah |
| 1. **Refleksi:** Jelaskan bagaimana kaitan antara konsep-konsep berikut ini: nilai eigen, aljabar matriks, sistem persamaan linier homogen, operasi baris elementer, dan determinan. | | |